Planche 1

Question de cours

Établir la conservation du moment cinétique pour un mouvement dans un champ de force centrale ; en déduire que ce mouvement est plan.

Exercice : Rendez-vous spatial

Un véhicule spatial de masse $m = 1\,500$ kg en orbite basse (altitude $h_1 = 300$ km) souhaite rejoindre la station en orbite haute (altitude $h_2 = 400$ km). Lorsque le véhicule est au point A, futur périgée de l'orbite elliptique de transfert, on augmente sa vitesse, sans changer sa direction, en la faisant passer à la valeur v'. Il faut lui donner une vitesse v' calculée de façon précise pour que l'apogée B de l'ellipse soit sur l'orbite haute.

Données : $R_T = 6\,378$ km ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $\mathcal{G} = 6{,}672 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

1. Rappeler l'expression de la force d'attraction gravitationnelle en précisant bien vos notations.
2. Prouver que le mouvement circulaire uniforme est cohérent avec la 2$^{\text{ème}}$ loi de Kepler.
3. Exprimer la vitesse v_1, la vitesse angulaire ω_1, l'énergie cinétique E_{c1}, l'énergie potentielle E_{p1} et mécanique E_1 sur l'orbite basse.
4. Exprimer $\Delta v_1 = v' - v_1$. Quelle énergie faut-il apporter en A au véhicule spatial ?
5. Déterminer l'angle α, angle qui repère la position de la station quand le véhicule se trouve en A pour que le rendez-vous ait bien lieu en B.

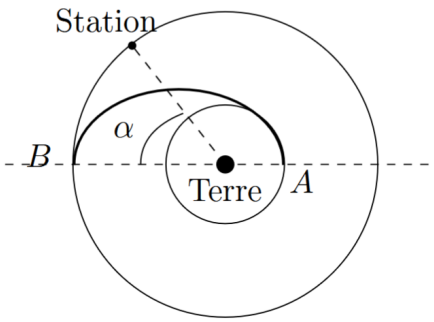


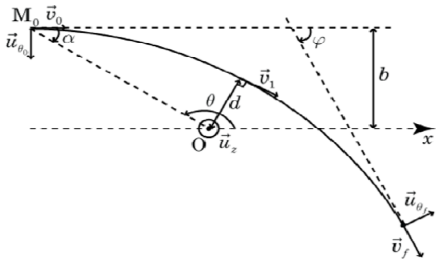
Planche 2

Question de cours

Énoncer les lois de Kepler en les illustrant ; indiquer la conséquence de la loi des aires sur l'évolution de la vitesse.

Exercice 2 : Météorite

Une météorite a, très loin de la Terre, une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$, portée par une droite Δ située à la distance b du centre de la Terre. On note m la masse de la météorite, M celle de la Terre, R le rayon de la Terre et G la constante de gravitation universelle.



1. Déterminer la distance minimale Terre-météorite (notée d).
2. Déterminer la valeur minimale $b_{\min}$ de b pour que la météorite ne rencontre pas la Terre.
3. Dans le cas où $b > b_{\min}$, on note $\vec{v}_f$ la vitesse finale atteinte par la météorite.
   (a) Exprimer sa norme v_f en fonction de v_0.
   (b) Exprimer le produit $r^2\dot{\theta}$ en fonction de b et v_0.
   (c) À l'aide du principe fondamental de la dynamique, établir une relation entre $\vec{v}_f$, $\vec{v}_0$, et les vecteurs unitaires $\vec{u}_{\theta_0}$ correspondant à $\vec{v}_0$ et $\vec{u}_{\theta_f}$ correspondant à $\vec{v}_f$.
   (d) En déduire l'angle de déviation ϕ de la météorite.
4. Calculer $b_{\min}$. Calculer ϕ pour $b = 1{,}5\, b_{\min}$.

Données : $v_0 = 11\,\text{km s}^{-1}$, $M = 5{,}98 \times 10^{24}\,\text{kg}$, $\mathcal{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}$ et $R = 6{,}4 \times 10^3\,\text{km}$.

Planche 3

Question de cours

Définir l'énergie potentielle effective pour le mouvement radial dans un champ de force centrale conservative ; représenter un graphe typique et définir état lié et état de diffusion.

Exercice : Mise en orbite d'un satellite

On s'intéresse à la mise à poste sur orbite circulaire équatoriale d'altitude $h = 200$ km d'un satellite de masse $m = 4{,}2 \times 10^3$ kg. Initialement, le satellite est sur sa base de lancement à Kourou, au niveau de la mer, au voisinage de l'équateur (latitude supposée de 0).

On étudie le mouvement du satellite dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_g$ supposé galiléen, la Terre effectuant une rotation sur elle-même en $T_0 = 24$ h dans ce référentiel.

Données : $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ; $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ; $\mathcal{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

1. Déterminer la vitesse v du satellite sur l'orbite circulaire d'altitude h.
2. Calculer la période T du satellite sur son orbite circulaire.
3. Déterminer la variation d'énergie potentielle ΔE_p du satellite entre sa position au sol et son orbite circulaire d'altitude h.
4. Déterminer la variation d'énergie cinétique ΔE_c du satellite entre sa position au sol et son orbite circulaire d'altitude h.
5. En déduire la variation d'énergie mécanique du satellite entre sa position au sol et son orbite circulaire d'altitude h.

Planche bonus

Question de cours

Définir le moment cinétique d'un système par rapport à un point puis par rapport à un axe. Exprimer le moment cinétique d'un solide par rapport à son axe de rotation puis définir le moment d'inertie. Définir le moment d'une force par rapport à un point puis par rapport à un axe et donner son expression avec le bras de levier.

Exercice : Impact d'un bolide

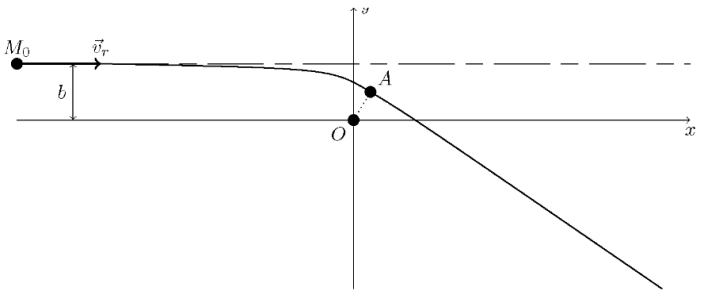
D'après Centrale-Supélec PSI 2012. L'objet de ce problème est d'étudier l'impact d'un bolide (astéroïde ou comète) avec la Terre. On supposera que le bolide ne possède aucun mouvement de rotation propre dans son référentiel barycentrique.

Données : $M_T = 6{,}0\times10^{24}$ kg ; $M_S = 2{,}0\times10^{30}$ kg ; $\mathcal{G} = 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} ; $R_T = 6{,}4\times10^{6}$ m ; $R_0 = 1{,}5\times10^{11}$ m (rayon de l'orbite terrestre).

A – Vitesse orbitale de la Terre. On se place dans le référentiel de Kepler, supposé galiléen. La Terre décrit une orbite circulaire de rayon R_0 autour du Soleil.

1. Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ? Quel est l'intérêt de l'hypothèse de symétrie sphérique pour la Terre et le Soleil ?
2. Montrer que le mouvement circulaire de la Terre est uniforme. Exprimer la vitesse orbitale v_T de la Terre en fonction de $\mathcal{G}$, M_S et R_0. Faire l'application numérique.

B – Vitesse d'impact du bolide. On travaille dans le référentiel géocentrique supposé galiléen. Le bolide, assimilé à un point matériel de masse m_b très négligeable devant celle de la Terre, arrive depuis une région très éloignée avec une vitesse $\vec{v}_r = v_r\vec{e}_x$, sa trajectoire étant portée par une droite située à une distance b du centre de la Terre. Les astéroïdes possèdent des vitesses dans le référentiel de Kepler de l'ordre de 30 km s^{-1}.



3. On note v_b la vitesse d'un bolide dans le référentiel de Kepler et v_r sa vitesse dans le référentiel géocentrique. Donner un encadrement de v_r en fonction de v_b et v_T. Faire l'application numérique pour les astéroïdes.
4. Rappeler l'expression de l'énergie mécanique E_m du bolide en fonction de sa vitesse v, de sa distance r au centre de la Terre, de m_b, M_T et $\mathcal{G}$.
5. On note A le point de la trajectoire le plus proche de la Terre et $d_{\min} = OA$. Montrer que le moment cinétique du bolide est conservé. En déduire une relation simple entre v_r, b, $d_{\min}$ et $v_A = \|\vec{v}_A\|$.
6. Déterminer l'expression de $d_{\min}$ en fonction de $\mathcal{G}$, M_T, v_r et b.
7. Pour que le bolide entre en collision avec la Terre, montrer que le paramètre d'impact b doit être inférieur à une valeur maximale $b_{\max}$ que l'on exprimera en fonction de R_T, $\mathcal{G}$, M_T et v_r.
8. En cas de collision, montrer que la vitesse d'impact v_i peut se mettre sous la forme $v_i = \sqrt{v_\ell^2 + v_r^2}$, où l'on exprimera v_ℓ en fonction de $\mathcal{G}$, M_T et R_T. Calculer v_ℓ et préciser sa signification physique.