Planche 1

Questions de cours

Question 1 : Expliquer le principe de la représentation complexe en régime sinusoïdal forcé : définir la grandeur complexe associée à une grandeur réelle, indiquer l'action d'une dérivée temporelle.

Question 2 : Établir l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.

Exercice : Impédances équivalentes

Deux dipôles sont équivalents s'ils ont la même impédance quelle que soit la fréquence de la source d'alimentation. Montrer que l'on peut choisir L et C en fonction de L_0 et C_0 pour que les deux dipôles ci-contre soient équivalents.

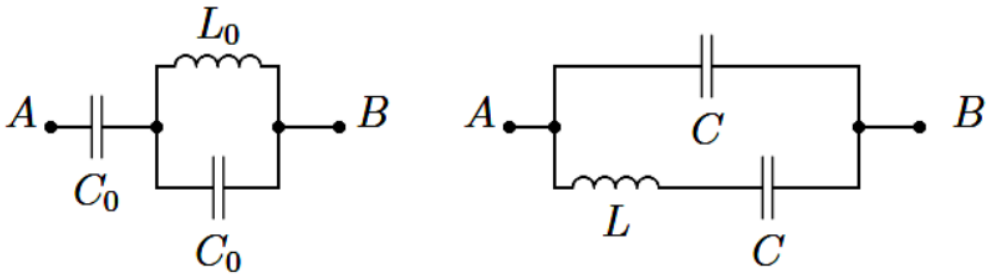


Planche 2

Questions de cours

Question 1 : Définir le déphasage entre deux signaux sinusoïdaux de même pulsation et l'exprimer en fonction des amplitudes complexes. Relier le déphasage au décalage temporel entre les signaux.

Question 2 : Établir l'expression de l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur pour un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé en utilisant la notation complexe.

Exercice : Circuit RLC en régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit ci-contre alimenté par le générateur de tension de f.é.m $e(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz, $R = 500\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H et $C = 1\ \mu$F. La valeur efficace du courant traversant le circuit est $I_{\text{eff}} = 0{,}03$ A. En prenant l'intensité comme origine des phases, c'est à dire, $i = I_m \cos(\omega t)$, déterminer $e(t)$.

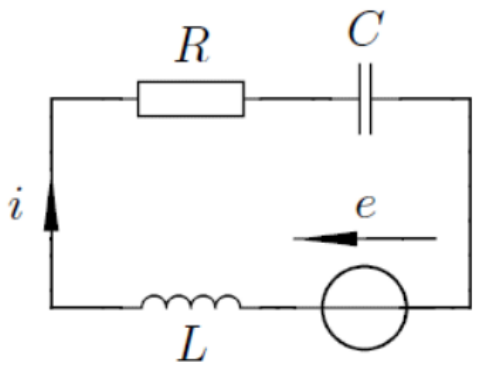


Planche 3

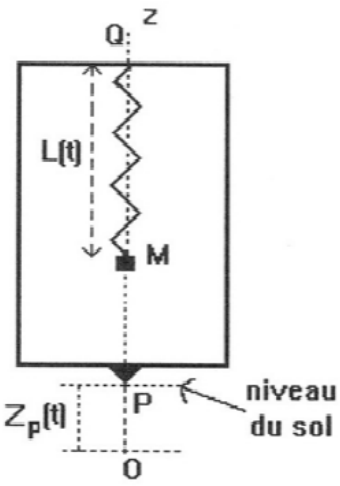
Questions de cours

Question 1 : Donner sans démonstration la forme de la courbe de résonance en vitesse ou intensité, et indiquer ses caractéristiques principales : pulsation de résonance, définition de l'acuité et expression en fonction du facteur de qualité.

Question 2 : Définir la valeur moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique.

Exercice : Sismographe

On considère le dispositif représenté ci-contre. Un boitier (B) muni d'une pointe P est posé sur le sol, de telle sorte que sa pointe suive les déplacements verticaux du sol, repérés dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ par leur côte $Z_P(t)$ sur la verticale ascendante $\vec{u}_z$. L'axe Oz est lié à ce référentiel galiléen $\mathcal{R}$.
Les extrémités Q et M d'un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0 sont fixées respectivement au boitier et à un point matériel de masse m. La position de M par rapport au boitier est repérée par la longueur $L(t)$ du ressort. Le mouvement de la masse est amorti par une force $\vec{F} = -f\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\vec{u}_z$ où f est une constante positive.
Dans toute la suite, on pose $L(t) = L_1 - z(t)$ et on suppose que l'électronique du sismographe permet d'obtenir directement $z(t)$.
Données : $m = 10$ kg, $k = 1{,}0$ kN·m^{-1} et $f = 210$ kg·s^{-1}.



1. En l'absence d'onde sismique, le point P est fixe : $Z_P(t) = 0$
   (a) Exprimer la longueur L_1 du ressort lorsque la masse m est en équilibre en fonction de L_0, m, g et k
   (b) Exprimer l'accélération du point M en fonction de
   $$\frac{\mathrm{d}^2 Z_p}{\mathrm{d}t^2} et \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}$$
2. En présence d'une onde sismique, la pointe P est animée d'un mouvement modélisé par $Z_P(t) = a\cos(\omega t)$. Montrer que l'équation du mouvement de M se met sous la forme :
   $$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + 2\lambda\omega_0\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 z = \omega^2 a\cos(\omega t).$$
   Exprimer les constantes λ et ω_0 en fonction des données. Calculer leurs valeurs numériques.
3. La réponse $z(t)$ du sismographe à l'excitation $Z_P(t) = a\cos(\omega t)$ est égale à la somme d'un terme caractéristique du régime transitoire $z_{RT}(t)$ et d'un terme caractéristique du régime permanent sinusoïdal $z_{RPS}(t)$. Pour quelle valeur de λ le régime transitoire est-il apériodique critique ? Quelle est alors la forme de $z_{RT}(t)$? On ne cherchera pas à déterminer les constantes d'intégration.

Planche Bonus

Questions de cours

Question 1 : Écrire la décomposition de Fourier d'un signal périodique quelconque et faire le lien avec le spectre en fréquence de ce signal.

Question 2 : Établir par le calcul la valeur efficace d'un signal sinusoïdal.

Exercice : Couleur du ciel

Les électrons des couches périphériques des différents atomes qui composent l'atmosphère peuvent être considérés comme des oscillateurs harmoniques dont la pulsation propre ω_0 correspond à une radiation ultraviolette, et dont la position d'équilibre correspond à l'emplacement du noyau. La force exercée sur les électrons peut alors s'écrire :

$$\vec{F} = -m\omega_0^2\vec{r},$$

où $\vec{r}$ est la position de l'électron par rapport au noyau.

Ces oscillateurs sont excités par une onde lumineuse provenant du Soleil, caractérisée par le champ électrique $\vec{E} = E_0\cos(\omega t)\vec{e}_x$.

Au cours de leur mouvement, les électrons rayonnent de l'énergie sous forme électromagnétique, ce qui diminue leur énergie. On modélise ce phénomène par des frottements visqueux caractérisés par une durée de relaxation τ_e. La force correspondante s'écrit alors $\vec{f} = -\frac{m}{\tau_e}\vec{v}$.

1. Écrire l'équation différentielle vérifiée par $\vec{r}$.
2. Déterminer l'amplitude des oscillations d'un électron dans ce régime forcé.
3. Sachant que le facteur de qualité Q est égal à 10, montrer que, pour $\frac{\omega}{\omega_0} < 0{,}1$, l'amplitude du mouvement de l'électron est quasiment indépendante de ω.
4. La puissance émise par ces oscillateurs excités est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'accélération des électrons.
   (a) Comment varie-t-elle avec ω dans le domaine $\omega < \frac{\omega_0}{10}$? Et avec la longueur d'onde λ ?
   (b) Comparer les puissances émises pour la couleur bleue et pour la couleur rouge ? En déduire une interprétation de la couleur bleue du ciel.