Colles de Physique
Semaine du 22 septembre

Jeremy Luccioni

1 Liste des questions de cours

1.1 Grandeurs physiques (P0)

Question 1 : Définir une grandeur physique et expliquer la notation scientifique.
Question 2 : Définir la dimension d'une grandeur et donner les règles d'homogénéité.
Question 3 : Énoncer les règles de calcul avec les chiffres significatifs.

1.2 Cinématique du point matériel (P1)

Question 4 : Définir un référentiel.
Question 5 : Citer une situation où la description classique de l'espace ou du temps est prise en défaut.
Question 6 : Définir les systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques.
Question 7 : Exprimer à partir d'un schéma le déplacement élémentaire dans les différents systèmes de coordonnées ; construire le trièdre local associé.
Question 8 : Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les cas des coordonnées cartésiennes ou cylindriques.
Question 9 : Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps pour un mouvement à vecteur accélération constant. Établir l'expression de sa trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Question 10 : Exprimer les composantes du vecteur position, du vecteur vitesse et du vecteur accélération en coordonnées polaires planes pour un mouvement circulaire.
Question 11 : Définir le repère de Frenet pour une trajectoire plane et exprimer les vecteurs vitesse et accélération dans ce repère.

1.3 Lois de Newton du mouvement (P2)

Question 12 : Définir la quantité de mouvement d'un point matériel puis d'un système de points matériels.
Question 13 : Établir la relation $\vec{p} = m\vec{v}_G$ pour un système de points matériels.
Question 14 : Énoncer la troisième loi de Newton.
Question 15 : Définir les interactions gravitationnelle et Coulombienne et montrer qu'elles vérifient la troisième loi de Newton.
Question 16 : Définir un référentiel galiléen en énonçant la première loi de Newton ; indiquer le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.
Question 17 : Énoncer la deuxième loi de Newton du mouvement. Montrer que $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ pour un système de masse constante.
Question 18 : Démontrer la loi de conservation de la quantité de mouvement pour un système isolé de masse constante. Donner des exemples d'application.
Question 19 : Déterminer les équations horaires d'une chute libre dans le champ de pesanteur uniforme et en déduire l'équation de la trajectoire.

Planche 1

Questions de cours

Question P0 : Définir la dimension d'une grandeur et donner les règles d'homogénéité.
Question P2 : Énoncer la deuxième loi de Newton du mouvement. Montrer que $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ pour un système de masse constante.

Exercices

Exercice 1 : Cascade
Un cascadeur chute du cinquième étage d'un immeuble. Estimer l'épaisseur de « l'airbag » posé par terre afin qu'il ne se blesse pas. On pourra prendre comme critère que le corps peut subir jusqu'à une accélération de $10g$ sans dommage.

1. Determiner par analyse dimensionnelle la forme de la vitesse atteinte lors d'une chute libre depuis une hauteur h.
2. Déterminer la hauteur du cinquième étage et calculer la vitesse v_1 du cascadeur lorsqu'il atteint l'airbag.
3. En supposant une décélération constante de $10g$ lors de l'impact avec l'airbag, déterminer l'épaisseur minimale e de l'airbag pour que le cascadeur s'arrête sans dommage.

Exercice 2 : Ascenseur
Un ascenseur dont la cabine pèse 1300 kg monte du rez-de-chaussée au premier étage.

1. Il démarre avec une accélération de 1,5 $\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Que vaut la tension du câble qui le hisse ?
2. Il atteint rapidement une vitesse constante de 2 $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Déterminer à nouveau la tension du câble.
3. Donner l'unité SI de la force. Vérifier l'homogénéité de vos résultats.

Planche 2

Questions de cours

Question P1 : Exprimer le vecteur vitesse et le vecteur position en fonction du temps pour un mouvement à vecteur accélération constant. Établir l'expression de sa trajectoire en coordonnées cartésiennes.

Question P2 : Déterminer les équations horaires d'une chute libre dans le champ de pesanteur uniforme et en déduire l'équation de la trajectoire.

Exercices

Exercice 1 : Freinage d'une voiture

Un automobiliste roule sur une route rectiligne à la vitesse $v_1 = 90$ km·h^{-1} et atteint un panneau précisant que la vitesse sera limitée à 50 km·h^{-1} 500 m plus loin.

1. Quelle doit être la valeur de la décélération constante de la voiture pour atteindre 50 km·h^{-1} au bout de 10 s ?
2. Quelle distance aura alors été parcourue ?
3. Vérifier l'homogénéité de vos résultats en précisant les dimensions de l'accélération.

Exercice 2 : Coup franc

On étudie dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen de repère fixe $Oxyz$, un coup franc de football tiré à 20 m, face au but de hauteur $h = 2,44$ m. Le ballon de masse $m = 430$ g est assimilé à un point matériel M posé sur le sol initialement en O. Le mur, de hauteur 1,90 m, est situé à 9,15 m du ballon. Le ballon est lancé avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de norme 20 m·s^{-1} et formant un angle α de 20° avec l'horizontale. L'origine des dates correspond au départ du ballon.

Dans cette partie, on néglige totalement les frottements de l'air.

1. Établir les lois horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire.
2. Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ?
3. Le tir est-il cadré ?

Planche 3

Questions de cours

Question P1 : Établir les expressions des composantes des vecteurs position, déplacement élémentaire, vitesse et accélération dans les cas des coordonnées cartésiennes ou cylindriques.

Question P2 : Définir un référentiel galiléen en énonçant la première loi de Newton ; indiquer le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.

Exercices

Exercice 1 : Différents mouvements

Voici différents mouvements d'un point M dans le plan (Oxy) dont on donne les équations horaires, en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées polaires (a, b, c, d et e étant des constantes). Donner dans chaque cas les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération du point M. Indiquer, dans chaque cas, les caractéristiques du mouvement du point M étudié.

1. $x(t) = at^2 - bt + c$ et $y(t) = 2c$.
2. $r(t) = 2c$ et $\theta(t) = d \cdot t + e$.
3. $r(t) = b \cdot t + c$ et $\theta(t) = 2e$.
4. Quelle est la dimension de chacune des constantes a, b, c, d et e ?

Exercice 2 : Toboggan

Le jeune Toto, assimilable à un point matériel M, est installé, prêt à partir, en haut d'un grand toboggan d'un parc aquatique.

À partir de l'instant $t = 0$, les équations horaires de M sont, en coordonnées cartésiennes :

$$x = R\cos(\omega t), \quad y = R\sin(\omega t), \quad z = -bt$$

(R, ω et b sont des constantes positives).

1. Déterminer ses coordonnées cylindriques.
2. En déduire la nature et les caractéristiques de la trajectoire.
3. Calculer la vitesse et l'accélération en coordonnées cylindriques.
4. Vérifier l'homogénéité de l'expression de la vitesse.

Exercice Bonus

Mouvement hélicoïdal

Dans un référentiel $\mathcal{R}$, les coordonnées cylindriques d'une particule chargée M dans un champ magnétique uniforme et constant sont données au cours du temps par $r = R_0$, $\theta = \omega t$ et $z = h\frac{\omega t}{2\pi}$, où R_0, ω et h sont des constantes.

1. Déterminer les expressions de la vitesse et de l'accélération sur la base locale $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.
2. Montrer que le mouvement est uniforme.
3. On note α l'angle que fait le vecteur vitesse avec $\vec{e}_z$. Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de R_0 et h.
4. Quelle est la dimension de chacune des constantes R_0, ω et h ?

2 Corrections

2.1 Correction Planche 1

Exercice 1 : Cascade

1. Analyse dimensionnelle
Pour une chute libre, la vitesse dépend de g et h.
Dimensions : $[v] = LT^{-1}$, $[g] = LT^{-2}$, $[h] = L$
On cherche $v = k \cdot g^{\alpha} \cdot h^{\beta}$ où k est sans dimension.
L'équation aux dimensions : $LT^{-1} = (LT^{-2})^{\alpha} L^{\beta} = L^{\alpha+\beta} T^{-2\alpha}$
Par identification : $\alpha + \beta = 1$ et $-2\alpha = -1$
Donc $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{2}$
$\boxed{v = k\sqrt{gh}}$
2. Vitesse à l'impact
Avec $h \approx 15$ m (cinquième étage), en utilisant les équations de la chute libre :
$v^2 = 2gh$ (donc $k = \sqrt{2}$)
$v_1 = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 15} = \sqrt{294{,}3} \approx 17{,}2$ m·s^{-1}
$\boxed{v_1 \approx 17 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$
3. Épaisseur de l'airbag
Dans l'airbag, décélération constante $a = 10g = 98{,}1$ m·s^{-2}
La vitesse s'annule : $v^2 = v_1^2 - 2ae$
$0 = v_1^2 - 2ae \Rightarrow e = \frac{v_1^2}{2a} = \frac{294{,}3}{2 \times 98{,}1} = \frac{294{,}3}{196{,}2} \approx 1{,}5$ m
$\boxed{e \approx 1{,}5 \text{ m}}$

Exercice 2 : Ascenseur

Système : cabine d'ascenseur de masse $m = 1300$ kg
Référentiel : terrestre (galiléen)
Forces : poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et tension $\vec{T}$ du câble
1. Phase d'accélération
Deuxième loi de Newton : $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$
Projection verticale (vers le haut) : $ma = -mg + T$
$T = m(a + g) = 1300 \times (1{,}5 + 9{,}81) = 1300 \times 11{,}31$
$\boxed{T = 1{,}47 \times 10^4 \text{ N}}$
2. Vitesse constante
$a = 0$ donc $T = mg = 1300 \times 9{,}81$
$\boxed{T = 1{,}28 \times 10^4 \text{ N}}$
3. Unité et homogénéité
L'unité SI de la force est le newton : $[F] = MLT^{-2}$
1 N = 1 kg·m·s^{-2}
Vérification : $[m(a + g)] = M \times LT^{-2} = MLT^{-2}$

2.2 Correction Planche 2

Exercice 1 : Freinage d'une voiture

Données : $v_1 = 90$ km·h$^{-1} = 25$ m·s^{-1}, $v_2 = 50$ km·h$^{-1} = 13{,}9$ m·s^{-1}, $\Delta t = 10$ s
1. Décélération
Mouvement rectiligne uniformément décéléré : $v(t) = v_1 - at$
À $t = 10$ s : $v_2 = v_1 - a \times 10$
$a = \frac{v_1 - v_2}{10} = \frac{25 - 13{,}9}{10} = \frac{11{,}1}{10}$
$\boxed{a = 1{,}11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$
2. Distance parcourue

$x(t) = v_1 t - \frac{1}{2}at^2$
$x(10) = 25 \times 10 - \frac{1}{2} \times 1{,}11 \times 100 = 250 - 55{,}5$
$\boxed{x = 194{,}5 \text{ m}}$
3. Homogénéité
Dimension de l'accélération : $[a] = LT^{-2}$
Vérification : $\left[\frac{v_1 - v_2}{\Delta t}\right] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$

Exercice 2 : Coup franc

Système : ballon de masse $m = 0{,}43$ kg
Référentiel : terrestre (galiléen)
Force : poids $\vec{P} = m\vec{g}$
Conditions initiales : $\vec{r}(0) = \vec{0}$, $\vec{v}(0) = v_0(\cos\alpha\vec{u}_x + \sin\alpha\vec{u}_y)$ avec $v_0 = 20$ m·s^{-1} et $\alpha = 20$
1. Lois horaires et trajectoire
Deuxième loi de Newton : $m\vec{a} = m\vec{g}$
Donc $\vec{a} = -g\vec{u}_y$
Intégration : - $\vec{v}(t) = v_0\cos\alpha\vec{u}_x + (v_0\sin\alpha - gt)\vec{u}_y$ - $\vec{r}(t) = v_0\cos\alpha \cdot t\vec{u}_x + (v_0\sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2)\vec{u}_y$
Équations horaires :

$$\boxed{x(t) = v_0\cos\alpha \cdot t}$$

$$\boxed{y(t) = v_0\sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2}$$

Trajectoire : $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$

$$\boxed{y(x) = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2}$$

2. Passage au-dessus du mur
Mur à $x_{mur} = 9{,}15$ m, hauteur 1,90 m
$y(9{,}15) = 9{,}15 \times \tan(20) - \frac{9{,}81}{2\times400\times\cos^2(20)} \times (9{,}15)^2$
$y(9{,}15) = 9{,}15 \times 0{,}364 - \frac{9{,}81\times83{,}7}{2\times400\times0{,}883}$
$y(9{,}15) = 3{,}33 - 1{,}16 = 2{,}17$ m
$\boxed{\text{Le ballon passe au-dessus du mur } (2{,}17 \text{ m} > 1{,}90 \text{ m})}$
3. Tir cadré
But à $x_{but} = 20$ m, hauteur 2,44 m
$y(20) = 20 \times 0{,}364 - \frac{9{,}81\times400}{2\times400\times0{,}883}$
$y(20) = 7{,}28 - 5{,}55 = 1{,}73$ m
$\boxed{\text{Le tir est cadré } (1{,}73 \text{ m} < 2{,}44 \text{ m})}$

2.3 Correction Planche 3

Exercice 1 : Différents mouvements

1. $x(t) = at^2 - bt + c$ et $y(t) = 2c$
Vitesse : $\vec{v} = \dot{x}\vec{u}_x + \dot{y}\vec{u}_y = (2at - b)\vec{u}_x$
Accélération : $\vec{a} = \ddot{x}\vec{u}_x + \ddot{y}\vec{u}_y = 2a\vec{u}_x$
$\boxed{\vec{v} = (2at - b)\vec{u}_x \quad ; \quad \vec{a} = 2a\vec{u}_x}$
Mouvement rectiligne selon Ox, uniformément accéléré.
2. $r(t) = 2c$ et $\theta(t) = dt + e$
Vitesse : $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta = 2cd\vec{e}_\theta$
Accélération : $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta = -2cd^2\vec{e}_r$
$\boxed{\vec{v} = 2cd\vec{e}_\theta \quad ; \quad \vec{a} = -2cd^2\vec{e}_r}$
Mouvement circulaire uniforme de rayon $2c$ et vitesse angulaire d.
3. $r(t) = bt + c$ et $\theta(t) = 2e$

Vitesse : $\vec{v} = b\vec{e}_r$
Accélération : $\vec{a} = \vec{0}$
$\boxed{\vec{v} = b\vec{e}_r \quad ; \quad \vec{a} = \vec{0}}$
Mouvement rectiligne uniforme le long d'un rayon.

4. Dimensions

- $[a] = LT^{-2}$ (accélération) - $[b] = LT^{-1}$ (vitesse) - $[c] = L$ (longueur) - $[d] = T^{-1}$ (vitesse angulaire) - $[e] = 1$ (sans dimension, angle)

Exercice 2 : Toboggan

1. Coordonnées cylindriques

$r^2 = x^2 + y^2 = R^2\cos^2(\omega t) + R^2\sin^2(\omega t) = R^2$
Donc $r = R$ (constant)
$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{R\sin(\omega t)}{R\cos(\omega t)} = \tan(\omega t)$
Donc $\theta = \omega t$
Et $z = -bt$
$\boxed{r = R \quad ; \quad \theta = \omega t \quad ; \quad z = -bt}$

2. Nature de la trajectoire

Le point M se trouve toujours à la distance R de l'axe Oz ($r = R$), tourne autour de cet axe ($\theta = \omega t$) et descend à vitesse constante ($z = -bt$).

$\boxed{\text{Trajectoire hélicoïdale (hélice circulaire) de rayon R}}$

- Rayon : R - Vitesse angulaire : ω - Vitesse de descente : b

3. Vitesse et accélération

En coordonnées cylindriques :
$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z = 0 + R\omega\vec{e}_\theta - b\vec{e}_z$
$\boxed{\vec{v} = R\omega\vec{e}_\theta - b\vec{e}_z}$
$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$
$\vec{a} = (0 - R\omega^2)\vec{e}_r + (0 + 0)\vec{e}_\theta + 0\vec{e}_z$
$\boxed{\vec{a} = -R\omega^2\vec{e}_r}$

4. Homogénéité

Norme de la vitesse : $|\vec{v}| = \sqrt{(R\omega)^2 + b^2}$
$[R\omega] = L \times T^{-1} = LT^{-1}$
$[b] = LT^{-1}$
Donc $[|\vec{v}|] = LT^{-1}$

2.4 Correction Exercice Bonus

Mouvement hélicoïdal

1. Vitesse et accélération

Données : $r = R_0$, $\theta = \omega t$, $z = h\frac{\omega t}{2\pi}$
Dérivées : $\dot{r} = 0$, $\dot{\theta} = \omega$, $\dot{z} = \frac{h\omega}{2\pi}$
$\ddot{r} = 0$, $\ddot{\theta} = 0$, $\ddot{z} = 0$
Vitesse :

$$\boxed{\vec{v} = R_0\omega\vec{e}_\theta + \frac{h\omega}{2\pi}\vec{e}_z}$$

Accélération :

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z$$

$$\boxed{\vec{a} = -R_0\omega^2\vec{e}_r}$$

2. Mouvement uniforme

Norme de la vitesse :

$$|\vec{v}| = \sqrt{(R_0\omega)^2 + \left(\frac{h\omega}{2\pi}\right)^2} = \omega\sqrt{R_0^2 + \frac{h^2}{4\pi^2}}$$

Cette norme est constante (ne dépend pas du temps).

Le mouvement est uniforme

3. Angle avec l'axe vertical

Composante sur $\vec{e}_z$: $v_z = \frac{h\omega}{2\pi}$

Composante radiale : $v_\theta = R_0\omega$

$$\tan\alpha = \frac{v_\theta}{v_z} = \frac{R_0\omega}{\frac{h\omega}{2\pi}} = \frac{2\pi R_0}{h}$$

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{2\pi R_0}{h}}$$

4. Dimensions

- $[R_0] = L$ (longueur) - $[\omega] = T^{-1}$ (vitesse angulaire) - $[h] = L$ (pas de l'hélice, longueur)

Vérifications : - $[R_0\omega] = L \times T^{-1} = LT^{-1}$ (vitesse) - $\left[\frac{h\omega}{2\pi}\right] = L \times T^{-1} = LT^{-1}$ (vitesse)