Colles de Physique
Semaine du 07 au 11 octobre
P3 : Oscillateurs mécaniques – P4 : Énergétique du point matériel

Jeremy Luccioni

1 Liste des questions de cours

1.1 P3 : Oscillateurs mécaniques

Question 1 : Écrire l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique sous forme canonique ; indiquer la forme des solutions. Caractériser l'évolution temporelle d'un oscillateur harmonique en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.

Question 2 : Établir l'équation différentielle d'un système masse-ressort horizontal. Identifier la pulsation propre.

Question 3 : Établir l'équation différentielle du mouvement d'un pendule simple. Décrire les solutions dans le cas de petites oscillations.

1.2 P4 : Énergétique du point matériel

Question 4 : Définir la puissance d'une force, son travail élémentaire et son travail sur un déplacement fini. Que devient ce travail pour une force constante ? Énoncer et démontrer le théorème de la puissance cinétique, en déduire le théorème de l'énergie cinétique.

Question 5 : Définir l'énergie potentielle associée à une force conservative. Citer et établir les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme), de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), ou de l'énergie potentielle élastique.

Question 6 : Définir l'énergie mécanique. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique et le démontrer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Question 7 : Représenter un graphe énergétique standard d'un mouvement conservatif à une dimension, et commenter les différents mouvements observés (trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle, positions d'équilibre stables et instables).

Planche 1

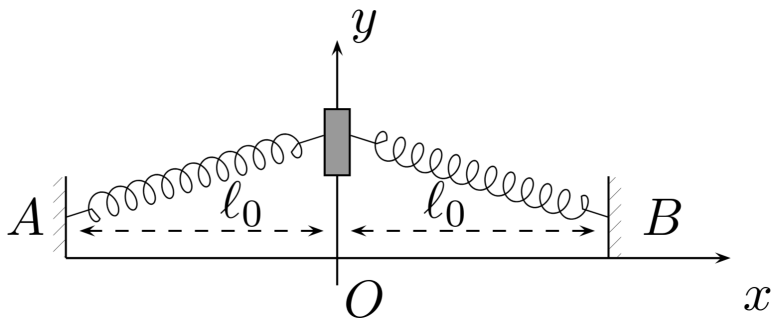
Questions de cours

Question P3 : Établir l'équation différentielle d'un système masse-ressort horizontal. Identifier la pulsation propre.

Question P4 : Représenter un graphe énergétique standard d'un mouvement conservatif à une dimension, et commenter les différents mouvements observés (trajectoire bornée ou non, mouvement périodique, positions de vitesse nulle, positions d'équilibre stables et instables).

Exercice 1 : Système masse-ressorts (P3-P4)

Une masse m peut se déplacer sans frottement sur l'axe horizontal Oy. Elle est reliée à deux points fixes A et B situés symétriquement de part et d'autre de l'origine O sur l'axe Ox, par deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. A l'equilibre la masse est située en O et les ressorts ont une longueur ℓ_0.



1. Exprimer la longueur de chaque ressort en fonction de y et ℓ_0.
2. En déduire l'énergie potentielle élastique totale $E_p(y)$ du système.
3. Déterminer la ou les positions d'équilibre. Discuter selon la valeur de ℓ_0.
4. Tracer l'allure de $E_p(y)$ dans les deux cas : $\ell_0 = 0$ et $\ell_0 > 0$.
5. Analyser qualitativement la stabilité de chaque position d'équilibre.
6. Pour $\ell_0 = 0$, montrer que le système est harmonique et déterminer la pulsation propre.
7. Dans ce cas ($\ell_0 = 0$), établir l'équation différentielle du mouvement et donner l'expression de $y(t)$ sachant que la masse est lâchée sans vitesse initiale depuis $y = a$.
8. Déterminer la valeur maximale de la vitesse et la ou les positions où elle est atteinte.

Données : constante de raideur k, longueur à vide ℓ_0, masse m, $\vec{g}$: champ de pesanteur

Planche 2

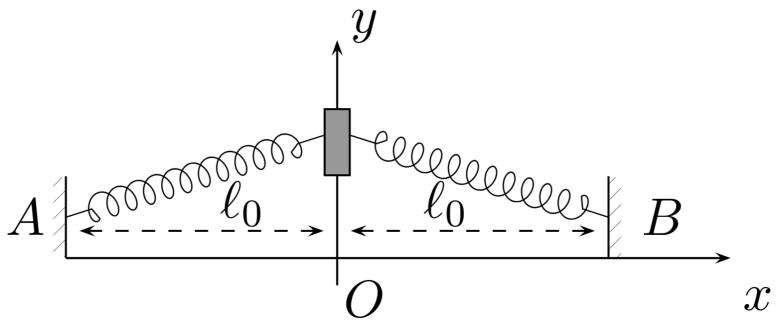
Questions de cours

Question P3 : Écrire l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique sous forme canonique ; indiquer la forme des solutions. Caractériser l'évolution temporelle d'un oscillateur harmonique en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation.

Question P4 : Définir l'énergie mécanique. Énoncer le théorème de l'énergie mécanique et le démontrer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Exercice 1 : Système masse-ressorts (P3-P4)

Une masse m peut se déplacer sans frottement sur l'axe horizontal Oy. Elle est reliée à deux points fixes A et B situés symétriquement de part et d'autre de l'origine O sur l'axe Ox, par deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. A l'equilibre la masse est située en O et les ressorts ont une longueur ℓ_0.



1. Exprimer la longueur de chaque ressort en fonction de y et ℓ_0.
2. En déduire l'énergie potentielle élastique totale $E_p(y)$ du système.
3. Déterminer la ou les positions d'équilibre. Discuter selon la valeur de ℓ_0.
4. Tracer l'allure de $E_p(y)$ dans les deux cas : $\ell_0 = 0$ et $\ell_0 > 0$.
5. Analyser qualitativement la stabilité de chaque position d'équilibre.
6. Pour $\ell_0 = 0$, montrer que le système est harmonique et déterminer la pulsation propre.
7. Dans ce cas ($\ell_0 = 0$), établir l'équation différentielle du mouvement et donner l'expression de $y(t)$ sachant que la masse est lâchée sans vitesse initiale depuis $y = a$.
8. Déterminer la valeur maximale de la vitesse et la ou les positions où elle est atteinte.

Données : constante de raideur k, longueur à vide ℓ_0, masse m, $\vec{g}$: champ de pesanteur

Planche 3

Questions de cours

Question P3 : Établir l'équation différentielle du mouvement d'un pendule simple. Décrire les solutions dans le cas de petites oscillations.

Question P4 : Définir l'énergie potentielle associée à une force conservative. Citer et établir les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur (champ uniforme), de l'énergie potentielle gravitationnelle (champ créé par un astre ponctuel), ou de l'énergie potentielle élastique.

Exercice : Vitesse de libération (P4)

On s'intéresse à la vitesse minimale qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il échappe à l'attraction gravitationnelle d'un astre.

1. Rappeler l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle d'un objet de masse m à la distance r du centre d'un astre de masse M et de rayon R.
2. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, exprimer la vitesse de libération d'un astre en fonction de son rayon R, de la constante gravitationnelle G et de sa masse M.
3. Montrer que cette vitesse peut aussi s'écrire en fonction de la masse volumique ρ de l'astre.
4. Application numérique : calculer la vitesse de libération de la Terre.
5. La Lune a une densité similaire à celle de la Terre mais un rayon 3,7 fois plus petit. Calculer la vitesse de libération de la Lune.

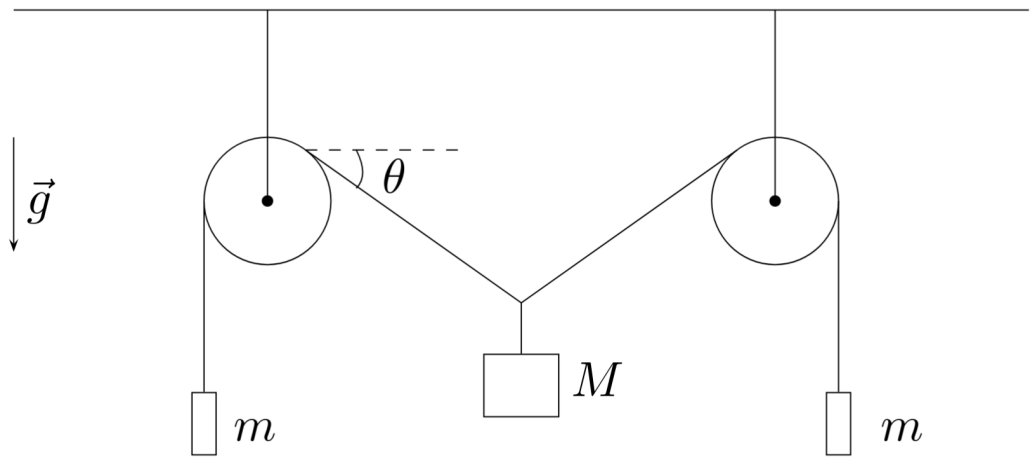
Données :

— Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ SI
— Rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^{6}$ m
— Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
— Masse volumique de la Terre : $\rho_T = 5{,}5 \times 10^{3}$ kg·m^{-3}

2 Planche Bonus

Exercice 2 : Fil lesté entre deux poulies (P3)

Les poulies sont idéales et les fils sont inextensibles. Déterminer l'angle θ à l'équilibre.



Données : $\vec{g}$: champ de pesanteur, masses m et M